Université Hassan II-Mohammedia-Casablanca / Université Moulay Ismail

Concours d'accès en 1ère année des années préparatoires

ENSAM-Casablanca - ENSAM-Meknès

Séries: sciences expérimentales et branches techniques

Épreuve de Mathématique

Samedi 02 Août 2014- Durée 2h00

I - QUESTIONS À RÉPONSES PRÉCISES

*Une réponse correcte = **2pt**, pas de réponse ou une réponse fausse = **0pt***

	Questions	Réponses	Notes
Q1 / 2pt	Calculer la limite de la suite $(u_n)_n$ définie par: $$u_n = \sum_{k=1}^{n} e^{\left(\frac{k}{n^2}\right)} \ln\left(1+\frac{1}{k}\right)$$	$\lim\limits_{n} u_n =$	
Q2 / 2pt	Résoudre, dans $[0,2\pi]^2$, le système: $$\begin{cases} \sqrt{2}\cos x - \cos x \cos y = \frac{1}{2} \\ \sin x + \cos y = \sqrt{2} \end{cases}$$	$S = \left(\frac{\pi}{4}, \frac{-\pi}{4}\right)$ et $S = \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$	
Q3 / 2pt	Déterminer la forme algébrique de: $$z = \left(\sqrt{2-\sqrt{3}} - i\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^{42}$$	$z = 1$	
Q4 / 2pt	Déterminer, Γ, l'ensemble des points du plan complexe dont les affixes z vérifient: $$(iz+1)(z+i-1) \in i\mathbb{R}$$	Γ est $y = \frac{1}{1-2x}$	
Q5 / 2pt	Soit $a \in]0,\pi[$. Calculer $$D = \prod_{k=1}^{n} \cos\left(\frac{a}{2^k}\right)$$	$D = \frac{\sin a}{2^n \sin\left(\frac{a}{2n}\right)}$	
Q6 / 2pt	Calculer: $$A_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{k}{(k+1)!}$$	$A_n = 1 - \frac{1}{(n+1)!}$	
Q7 / 2pt	Soit f une fonction positive sur son domaine de définition et dérivable en $a > 0$. Déterminer $$\ell = \lim_{x\to a} \left(\frac{f(x)}{f(a)}\right)^{\frac{1}{\ln x - \ln a}}$$	$\ell = \frac{1}{2}$	
Q8 / 2pt	Calculer la limite $$j = \lim_{x\to 0} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos x\right)}{x \sin(\sin x)}$$	$j = \frac{1}{12}$	
Q9 / 2pt	Trouver toutes les applications $f: \mathbb{R}^* \to \mathbb{R}$ telles que: $$\forall x \in \mathbb{R}^*,\ f(x) + 3f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2$$	$f(x) =$	
Q10 / 2pt	Soit g la fonction définie par $$\forall x \in]0,\pi[\quad g(x) = \lvert\cos x\rvert\sqrt{1-\cos x}$$ Calculer $g'(x)$ en fonction $g(x)$, $\forall x \in]0,\pi[\setminus \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$	$g'(x) = ...$	
Q11 / 2pt	Soit h définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par $h(x) = \ln\lvert e^x - e^{2x}\rvert$ Déterminer h^{-1}.	$\forall x \in D_{h^{-1}} = ...$, $h^{-1}(x) = ...$	
Q12 / 2pt	Calculer: $I = \lim_{x\to+\infty} \int_1^x \frac{x \ln x}{(1+x^2)^2} dx$	$I =$	
Q13 / 2pt	Calculer $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}} dx$	$J =$	
Q14 / 2pt	Résoudre l'équation différentielle $$y'' + 2y' + 10y = \sin 3x, \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} y(t)dt = 0, y'(\pi) = \frac{6}{37}$$	$y(x) = (K_1 \cos 3x + K_2 \sin 3x) e^{-x} + \frac{1}{6}\sin 3x + \frac{1}{36}\cos 3x$	
Q15 / 2pt	Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'équation $3^x + 4^x = 5^x$	$S=$	

Concours d'accès en 1$^{\text{ère}}$ année des années préparatoires

ENSAM-Casablanca - ENSAM-Meknès

Séries: sciences expérimentales et branches techniques

II - QUESTIONS À CHOIX MULTIPLES

*Une réponse correcte = **2pt**, pas de réponse = **0pt**, plus d'une réponse ou une réponse fausse = **-1pt**.*

Notes

Q16: Pour quelles valeurs de m le système $\begin{cases} -X - Y - 2mZ = 1 \\ X + (1-m)Y + Z = 2 \\ 2X + 3Y + mZ = 3 \end{cases}$ admet une solution unique:

A	B	C	D
-1 et un nombre négatif	uniquement -1	-1 et un nombre positif	-1 et $^1/_2$

Q17: Sur $[0,+\infty[$, la fonction f définie par $f(x) = |x| + \ln(x+1)$ est:

A	B	C	D
toujours positive	toujours négative	négative puis positive	positive puis négative

Q18: Soit f définie par $f(0) = \frac{1}{e}$, $f(e) = 0$ et $f(x) = e^{\left(\frac{1+\ln x}{1-\ln x}\right)}$. Alors sa courbe C_f admet:

A	B	C	D
une asymptote oblique en $+\infty$	en $x = e$ une demi tangente à gauche	en $x = e$ une demi tangente à droite verticale	aucunes des trois réponses

Q19: Dans une boite se trouvent 14 jetons portant chacun une lettre du nom "SAHARA MAROCAIN". On tire successivement et sans remise 5 jetons. Quelle est la probabilité pour que l'on tire les lettres du nom " SMARA" dans un ordre quelconque?

A	B	C	D
$\frac{1}{6006}$	$\frac{10}{1001}$	$\frac{50}{14^5}$	aucunes des trois réponses

Q20: Une boite $\mathbf{B_1}$ contient 2 jetons numérotés: 1 , 3. Une boite $\mathbf{B_2}$ contient 2 jetons numérotés: 2 , 2. Une boite $\mathbf{B_3}$ contient 2 jetons numérotés :1 , 0. On tire au hasard un jeton a de $\mathbf{B_1}$, un jeton b de $\mathbf{B_2}$, un jeton c de $\mathbf{B_3}$. Quelle est la probabilité pour que l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet des racines réelles?

A	B	C	D
0,5	0,25	0,75	1

Q21: Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère les deux points $A(-1,1,1)$ et $B(7,-5,5)$. Soit $\boldsymbol{S}$ la sphère dont l'un des diamètre est le segment $[AB]$. Le plan tangent à $\boldsymbol{S}$ au point $C(1,1-1)$ est:

A	B	C	D
$2x - 3y + 4z + 5 = 0$	$4x + 3y + 2z - 5 = 0$	$2x + 2y - z - 5 = 0$	$4x + 2y + 2z - 5 = 0$

Q22: Soit $(u_n)_n$ la suite de terme général $u_n = \int_n^{n+1} e^{\left(\frac{x}{n}\right)} dx$. Alors

A	B	C	D
$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = e$

Q23: Sur $\mathbb{R}^*$, La fonction $f(x) = \ln\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)$ admet :

A	B	C	D
Un maximum local	Deux maximums locaux	Un minimum local	Deux minimums locaux

Q24: Combien l'équation $\tan x + \tan 2x + \tan 3x + \tan 4x = 0$ possède-t-elle de solutions dans $\left[0, \frac{2\pi}{3}\right]$?

A	B	C	D
Cinq solutions	Six solutions	Sept solutions	Plus que sept solutions

Q25:

$$\lim_{n\to+\infty} \prod_{k=0}^{n-1} \cos\left(\frac{2^k \pi}{2^n - 1}\right) =$$

A	B	C	D
0	1	$+\infty$	cette limite n'existe pas