Université Moulay Ismaïl

Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers — Meknès

CONCOURS D'ENTREE en 1ère Année

Filières : Sciences Expérimentales et Techniques

Epreuve de Mathématiques

Jeudi 26 Juillet 2012 - Durée : 2h 00mn

Questions à réponse précise, Partie A

NB : Chaque question est notée sur (1Pt)

Questions	Réponses
Trouver la prériode T de la fonction suivante : $f(x) = \sin\left(\frac{x}{2}\right) + \cos(x)$	$f(x+4\pi) = \sin\left(2\pi + \frac{x}{2}\right) + \cos(x+4\pi)$ $= f(x)$ $\Rightarrow T = 4\pi$
Résoudre dans $I\!R$ l'équation : $\cos^4(x) - \sin^4(x) = 1$	$S = \left\{\frac{K\pi}{4} / K \in \mathbb{Z}\right.$
Déterminer $a, b \in I\!R$ tels que $(1+i)^9 = a + ib$	$a = b = 16$
Déterminer le réel a pour que le nombre complexe $z = \dfrac{1+ai}{2a + (a^2-1)i}$ soit imaginaire pur	
Donner un exemple de fonction non nulle $f : I\!R \longrightarrow I\!R$ telle que $f(x+y) = f(x)f(y)\ \forall (x,y) \in I\!R^2$	
Soit f une fonction dérivable sur $I\!R$, calculer la dérivée de $g(x) = \exp\left((f(x^2))^2\right)$	$g'(x) = 4x f(x^2) f'(x^2) g(x)$
Soit $E = I\!R \backslash \{-2\}$ et soit $f : E \longrightarrow I\!R$ telle que $f(x) = \dfrac{x+1}{x+2}$, déterminer $f(E)$	$f(E) = \mathbb{R} \backslash \{1\}$
Trouver les maximums et les minimums de la fonction $f : [-1, 1] \longrightarrow I\!R$ définie par $f(x) = \lvert x^2 - x\rvert + \lvert x\rvert$	$\max\limits_{x \in [-1,1]} f(x) = 3$ $\min\limits_{x \in [-1,1]} f(x) = 0$
On donne les points $A(1,2)$, $B(-2,1)$ et $C(0,4)$. Déterminer l'angle $\widehat{BAC}$ en radian	$\cos \widehat{BAC} = \dfrac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = 0{,}02$ $\Rightarrow \widehat{BAC} = 1{,}55 \text{ rad}$
Soit x un réel positif. Combien y-a-t-il d'entiers naturels pairs entre 0 et x ?	

Questions à réponse précise, Partie B

NB : Chaque question est notée sur (2Pts)

Questions	Réponses
Soit E un ensemble, et A, B deux sous ensembles de E. On appelle différence symétrique de A et B, notée $A\Delta B$, le sous-ensemble de E : $A\Delta B = \{x \in A\cup B \ / \ x \notin A \cap B\}$. Calculer $A\Delta E$ et $A\Delta C_E^A$	par définition $A\Delta E = (A\cup E)\setminus(A\cap E) = E\setminus A = \overline{A}$ $A\Delta\overline{A} = (A\cup\overline{A})\setminus(A\cap\overline{A}) = E\setminus\emptyset = E$
Le périmètre d'un triangle isocèle vaut 1. Déterminer les dimensions de ce triangle pour que son aire soit la plus grande possible.	$AB = AC = BC = \frac{1}{3}$
Calculer $I = \int_{-1}^{1} \frac{1}{x^2-2}dx$	$I = \sqrt{2}\ln(\sqrt{2}-1)$
Calculer $J = \int_{n\pi}^{(n+1)\pi} e^{-x}\sin x\, dx$	$J = \frac{(-1)^n e^{-n\pi}(e^{-\pi}+1)}{2}$
Pour les deux fonctions $f,\ g\ :\ I\!R \longrightarrow I\!R$ définies respectivement par $f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{si } x \geq 0 \\ x^2 & \text{si } x < 0 \end{cases}$ et $g(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x \geq 3 \\ x & \text{si } x < 3 \end{cases}$. Calculer $g \circ f$	$g\circ f = \begin{cases} 2x+7 & \text{si } x \in [0,+\infty[\\ x^2 & \text{si } x \in [-\sqrt{3},0[\\ 2x^2+3 & x \in]-\infty,-\sqrt{3}[\end{cases}$
Soit $f\ :\ I\!R \longrightarrow I\!R$ la fonction définie par $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^4+1}-(ax^2+b)+\frac{1-\cos(cx)}{x^2} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$. Déterminer $a,\ b, c \in I\!R$ de sorte que f est continue en 0 et $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -3$	
Résoudre dans $I\!R$ l'équation $$\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}+\sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 1$$	
Calculer $A = \lim_{n\to+\infty} n\ln\sqrt{\frac{n+1}{n-1}}$	
De combien de façon peut-on payer 10 DHS avec des pièces de 10 et 20 centimes ? (1 DH = 100 centimes)	
Soient x_1, x_2 et x_3 les racines de $x^3+2x-1=0$, calculer $X = x_1^3+x_2^3+x_3^3$	
Représenter graphiquement la partie de $\mathbb{C}$ définie par $\lvert\pi - \arg(z)\rvert < \frac{\pi}{4}$	
Déterminer la projection orthogonale du point $M(x_0, y_0)$ sur la droite (D) d'équations : $x+3y-5=0$	
Déterminer le quotient et le reste de la division eulidienne de $X^5-7X^4-X^2-9X+9$ par X^2-5X+4	