Université Moulay Ismaïl — **Université Hassan II**

Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers , Meknès — Casablanca

CONCOURS COMMUN D'ACCÈS EN PREMIÈRE ANNÉE

Filières : Sciences Mathématiques A et B

Epreuve de Mathématiques

Lundi 29 Juillet 2013 - Durée : 2h 02mn

- **Les questions sont à réponse PRÉCISE**
- **Les questions sont INDÉPENDANTES**
- **Chaque question est NOTÉE sur (2Pts)**

Questions	Réponses
Répondre par Vrai ou Faux : si la proposition q est la négation de la proposition p **1.** (p) : $n \in I\!N$ est pair. (q) : $n \in I\!N$ est impair. **2.** (p) : f est paire. (q) : f est impaire. **3.** (p) : Ali est Meknassi. (q) : Ali est Casablancais. **4.** (p) : Mohammed ne voyage jamais sans bagages. (q) : Mohammed voyage toujours avec des bagages.	1. : Vraie 2. : faux 3. : faux 4. : Vraie
Résoudre le système : $\begin{cases} x^2 - y^2 & = 12 \\ \ln x - \ln y & = \ln 2 \end{cases}$	$S = \{(2,4)\}$
Déterminer trois réels a, b et c en progression arithmétique tels que $\begin{cases} a+b+c & = 9 \\ a^3+b^3+c^3 & = 153 \end{cases}$	$S = \{(1,3,5)\}$
Déterminer l'ensemble des $x \in I\!R$ tels que : $\sin(\sin x) = 1$	$S = \{\emptyset\}$
Mettre sous la forme $a + ib$ $(a, b \in I\!R)$ le nombre complexe: $z = \left(\dfrac{1+i}{2-i}\right)^2 + \dfrac{3+6i}{3-4i}$	$z = \left(-\dfrac{23}{25}\right) + i\left(\dfrac{36}{25}\right)$
Calculer $n = card(E)$ avec $E = \mathcal{P}(\mathcal{P}(\{1,2\}))$	$n = 2^4 = 16$
Pour $n \in I\!N$, calculer $A_n = \displaystyle\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n} \max(i,j)$ sachant que $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$, $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$	$A_n = \dfrac{n(n+1)(4n-1)}{6}$
Soit $n \in I\!N$ tel que $n \geq 3$, calculer $B_n = \displaystyle\prod_{k=3}^{n} \frac{k^2-1}{k^2+k-6}$.	$B_n = \dfrac{20(n-1)}{(n+2)(n+3)}$
On considère un ségment $[A, B]$ de longueur a. Soit M_1 le milieu de $[A, B]$, M_2 le milieu de $[B, M_1]$, M_3 le milieu de $[M_1, M_2]$, M_4 le milieu de $[M_2, M_3]$, etc. Pour tout $n \in I\!N$, M_{n+2} est le milieu de $[M_n, M_{n+1}]$. Exprimer la longueur AM_n en fonction de n	$AM_n = \dfrac{AB}{2} + AB\left(\displaystyle\sum_{i=2}^{n} (-1)^i \frac{1}{2^i}\right)$

Questions	Réponses
Déterminer le domaine de définition de la fonction $f(x) = \sqrt{10 - x - 6\sqrt{x-1}} - \sqrt{5 - x - 4\sqrt{x-1}}$	$D_f = \cdots\cdots$
Quelles sont les fonctions de $I\!R$ dans $I\!R$ qui sont à la fois croissantes et périodiques ?	
Calculer $g \circ f$ telle que $f(x) = \begin{cases} x+3 & \text{si } 0 \leq x \\ x^2 & \text{si } 0 > x \end{cases}$ et $g(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x \leq 3 \\ x & \text{si } x > 3 \end{cases}$	$g \circ f(x) = \begin{cases} 2x+7 & x \leq 0 \\ 2x^2+1 & 0 < x \leq 3 \\ x^2 & x > 3 \end{cases}$
Déssiner l'allure d'une fonction f vérifiant les conditions suivantes : **(a)** f est continue sur $[0,\, 1]$. **(b)** $f(0) = 0$ et $f(1) = 1$. **(c)** $\forall x \in [0,\, 1]$, $f(x) \leq x$. **(d)** f n'est pas bijective	(Voir concours 2013 sc.exp)
Calculer $L = \lim\limits_{x \longrightarrow 0} \dfrac{\sin(x) + \tan(x)}{\sqrt{x^2}}$.	$L = \cdots\cdots$
Trouver tous les polynômes P vérifiant $P(2t) = P'(t)\, P''(t)\ \forall t \in I\!R$	$S = \cdots\cdots$
On considère une fonction h dérivable sur $I\!R^*$ telle que $h'(x) = \dfrac{1}{x}$. On pose $F(x) = h\left(x + \sqrt{1+x^2}\right)$. Calculer $F'(x)$	$F'(x) = \cdots\cdots$
Soit f la fonction réelle définie sur $I\!R$ par $f(x) = \dfrac{2x+1}{\sqrt{x^2+x+1}}$. On note par g la fonction réciproque de f. Calculer $g'(1)$.	$g'(1) = \cdots\cdots$
Déterminer a, b, c et d (4 réels) pour que $\forall x > 0$, $\dfrac{a}{x+b} \leq \ln\left(1 + \dfrac{1}{x}\right) \leq \dfrac{c}{x+d}$	$a = \cdots\cdots$ $c = \cdots\cdots$ $b = \cdots\cdots$ $d = \cdots\cdots$
Calculer $I = \displaystyle\int_0^{11} \lvert x^2 - 5x + 6 \rvert\, dx$	$I = 415/2$ (Voir 2013 sc.exp)
Déterminer le minimum de l'expression $x^2 + y^2$ dans le cas suivant $x + 2y = 5$	$S = 5$
Le prof de Maths est enrhumé. Il utilise des mouchoirs carrés de $25cm$ de côté. En huit jours, il a utilisé 6 mètres carré de tissu. Combien en moyenne, a t-il utilisé de mouchoires par jour ?	Moy/j = 6 mouchoirs / jour
Une boite de bonbons pèse 1kg. La boite vide pèse $900g$ de moins que les bonbons. Quelle est le poids P de la boite ?	$P = 50g$
De quelle façon peut-on obtenir 100 en utilisant un seul chiffre $(0, 1, \cdots, 9)$ 6 fois et 2 opérations $(+, -, \times, \div)$?	$100 = 99 + 99/99$